

第二十章 向量自回归和误差修正模型

联立方程组的结构性方法是用经济理论来建立变量之间关系的模型。但是，经济理论通常并不足以对变量之间的动态联系提供一个严密的说明。并且，内生变量既可以出现在等式的左端又可以出现在等式的右端使得估计和推断更加复杂。

为解决这些问题产生了一种用非结构性方法来建立各个变量之间关系的模型，就是这一章所讲述的向量自回归模型（Vector Auto regression, VAR）以及向量误差修正模型（Vector Error Correction, VEC）的估计与分析。同时也给出一些检验几个非稳定变量之间协整关系的工具。

§ 20.1 向量自回归理论

向量自回归（VAR）常用于预测相互联系的时间序列系统以及分析随机扰动对变量系统的动态影响。

VAR方法通过把系统中每一个内生变量作为系统中所有内生变量的滞后值的函数来构造模型，从而回避了结构化模型的需要。一个VAR(p) 模型的数学形式是：

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \cdots + A_p y_{t-p} + Bx_t + \varepsilon_t \quad (20.1)$$

这里 y_t 是一个 k 维的内生变量， ε_t 是一个 d 维的外生变量。 $A_1, \dots, A_p$ ，和 B 是要被估计的系数矩阵。 x_t 是扰动向量，它们相互之间可以同期相关，但不与自己的滞后值相关及不与等式右边的变量相关。

由于仅仅内生变量的滞后值出现在等式的右边，所以不出现同期性问题，并且OLS能得到一致估计。即使扰动向量 ε_t 有同期相关，但OLS仍然是有效的，因为所有的方程有相同的回归量，所以其与GLS是等价的。注意，由于任何序列相关都可以通过增加更多的 y_t 滞后项而被调整（absorbed），所以扰动项序列不相关的假设并不严格。

作为VAR的一个例子，假设工业产量（IP）和货币供应量（M1）联合地由一个双变量的VAR模型决定，并且让常数为唯一的外生变量。内生变量滞后二阶的VAR(2)模型是：

$$\begin{aligned} IP_t &= a_{11}IP_{t-1} + a_{12}M1_{t-1} + b_{11}IP_{t-2} + b_{12}M1_{t-2} + C_1 + \varepsilon_{1,t} \\ M1_t &= a_{2,1}IP_{t-1} + a_{22}M1_{t-1} + b_{21}IP_{t-2} + b_{22}M1_{t-2} + C_2 + \varepsilon_{2,t} \end{aligned} \quad (20.2)$$

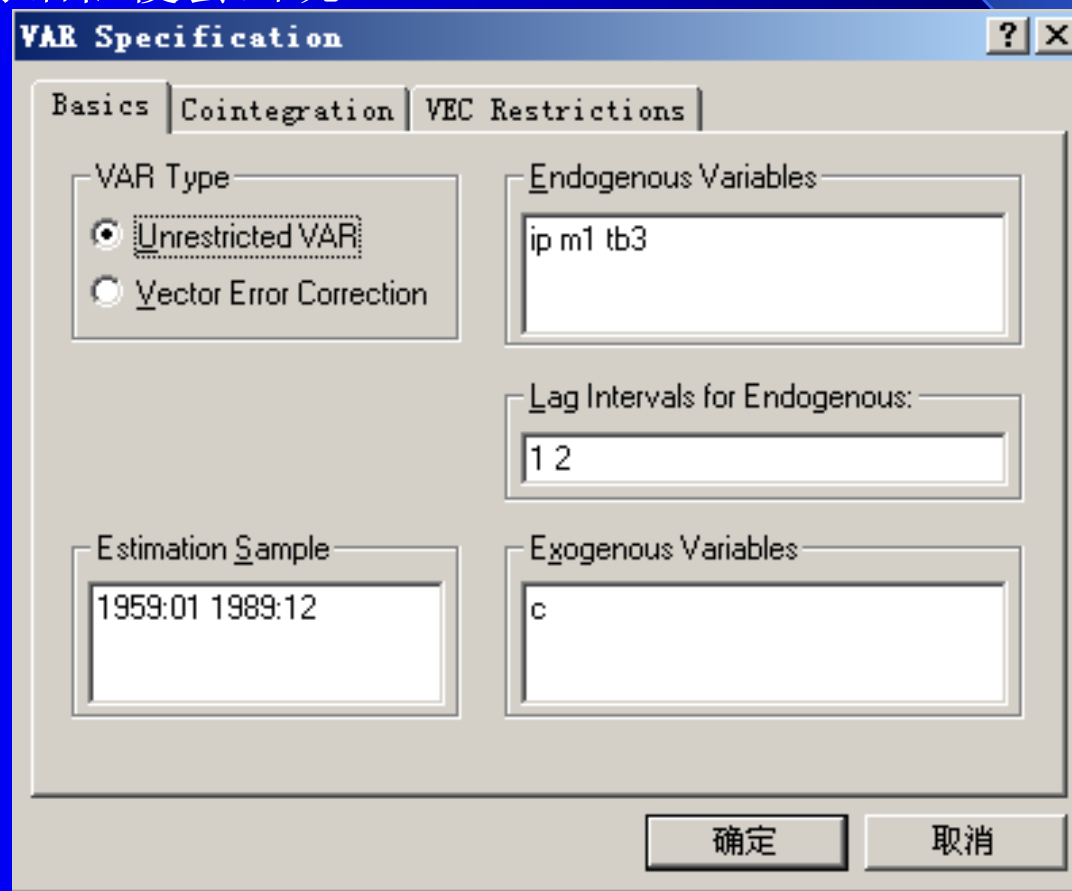
其中， a_{ij}, b_{ij}, c_i 是要被估计的参数。也可表示成：

$$\begin{pmatrix} IP_t \\ M1_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} IP_{t-1} \\ M1_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} IP_{t-2} \\ M1_{t-2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix}$$

§ 20.2 估计VAR模型及估计输出

§ 20.2.1 建立VAR模型

为了详细说明一个向量自回归模型，你必须创建一个VAR对象，选择 Quick/Estimate VAR... 或者选择 Objects/New object/VAR 或者在命令窗口中键入 VAR。下面的对话框便会出现：



VAR Specification

Basics | Cointegration | VEC Restrictions

VAR Type

☒ Unrestricted VAR

☐ Vector Error Correction

Endogenous Variables

ip m1 tb3

Lag Intervals for Endogenous:

1 2

Estimation Sample

1959:01 1989:12

Exogenous Variables

c

确定 取消

在对话框内添入适当的信息。

1.选择说明类型

选择无约束向量自回归（ Unrestricted VAR ）或者向量误差修正（ Vector Error Correction ）。前面例子中的VAR是无约束VAR，会在下面详细解释VEC 模型。

2.设置样本区间

在相应的编辑框中输入滞后信息。这一信息将会告诉EViews哪个滞后变量应该被包括在每个等式的右端。这一信息应成对输入：每一对数字描述一个滞后区间。例如，滞后对：

1 4

告诉EViews用系统中所有内生变量的一阶到四阶滞后变量作为等式右端的变量。

可以添加代表滞后区间的任意数字，但都要成对输入。例如：

2 4 6 9 12 12

表示：用2 - 4阶，6 - 9阶及第12阶滞后变量。

3.设置变量

在相应的编辑栏中输入适当的内生及外生变量。系统通常会自动给出常数c作为外生变量。如果所列的序列太长，我们可以先建立一个包含这些序列的组对象，然后直接输入组的名字。

其余两个菜单（Cointegration 和 Restrictions）仅与VEC模型有关，将在后面介绍。

这个作为例子的对话框对应于前面我们所举的VAR的例子。取IP、M1和TB3三个内生变量，这个模型用了1 - 4阶滞后变量并且仅仅常数是外生变量。注意，我们既输入了c这个外生变量，又检查了对话框，使EViews在VAR模型中包括常数。这是多余的，但却没有什么害处，因为EViews只会包含一个常数。

§ 20.2.2 VAR估计的输出

一旦设定了VAR，击**OK**。Eviews将会在VAR窗口显示估计结果：

Var: VAR1 Workfile: BASICS

View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Stats Impulse Resids

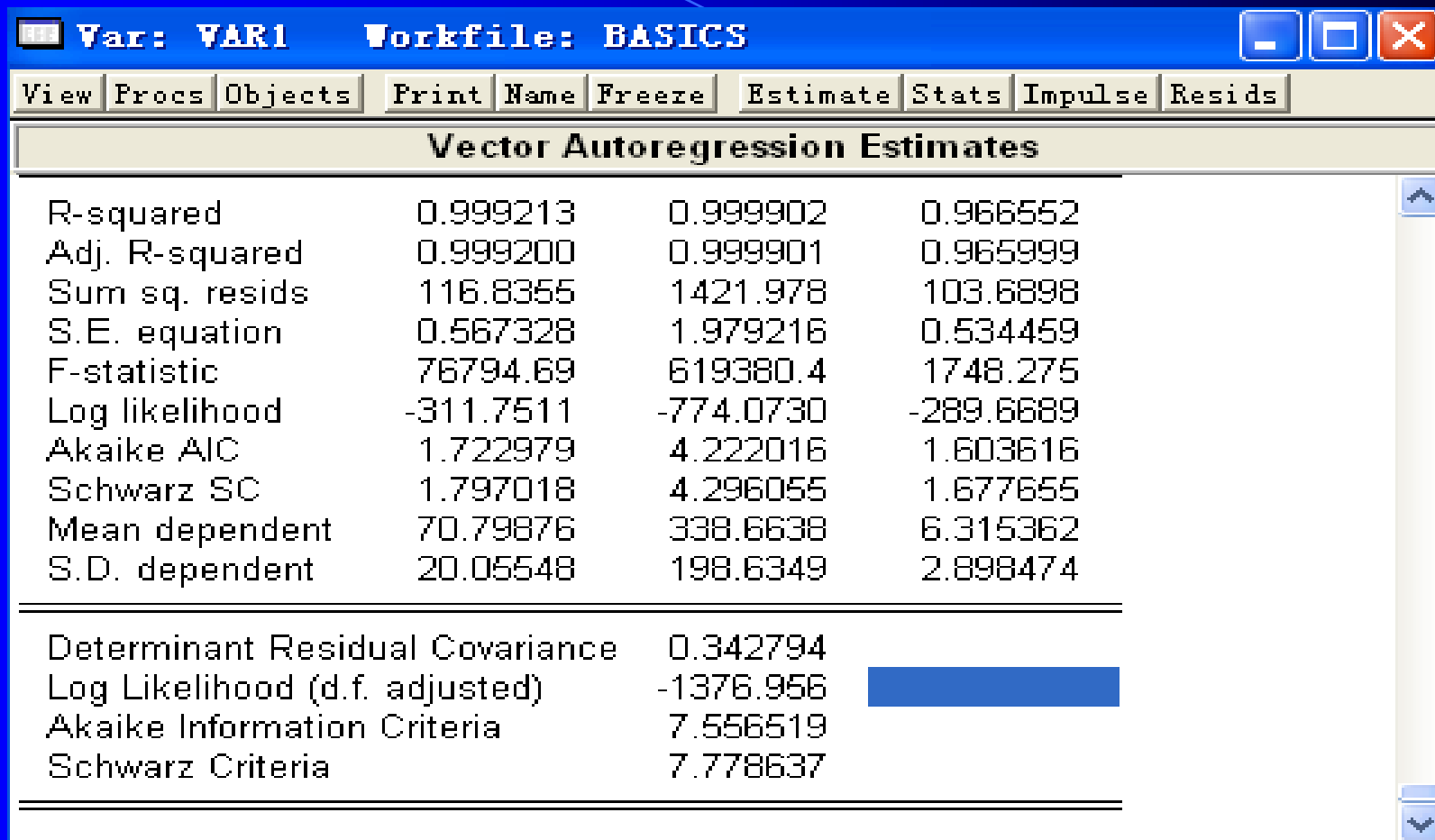
Vector Autoregression Estimates

Vector Autoregression Estimates
Date: 01/24/01 Time: 14:00
Sample(adjusted): 1959:03 1989:12
Included observations: 370 after adjusting endpoints
Standard errors in () & t-statistics in []

	IP	M1	TB3
IP(-1)	1.292568 (0.05037) [25.6624]	0.218306 (0.17572) [1.24237]	0.087563 (0.04745) [1.84536]
IP(-2)	-0.288596 (0.05082) [-5.67858]	-0.186561 (0.17730) [-1.05223]	-0.078138 (0.04788) [-1.63203]
M1(-1)	0.024185 (0.01317) [1.83568]	1.428731 (0.04596) [31.0843]	0.067663 (0.01241) [5.45158]

表中的每一列对应VAR中一个内生变量的方程。对方程右端每一个变量，Eviews会给出系数估计值、估计系数的标准误差及 t -统计量。例如在TB3方程中IP(-1)的系数是0.087563。

两类回归统计量出现在VAR估计输出的底部:



Vector Autoregression Estimates			
R-squared	0.999213	0.999902	0.966552
Adj. R-squared	0.999200	0.999901	0.965999
Sum sq. resids	116.8355	1421.978	103.6898
S.E. equation	0.567328	1.979216	0.534459
F-statistic	76794.69	619380.4	1748.275
Log likelihood	-311.7511	-774.0730	-289.6689
Akaike AIC	1.722979	4.222016	1.603616
Schwarz SC	1.797018	4.296055	1.677655
Mean dependent	70.79876	338.6638	6.315362
S.D. dependent	20.05548	198.6349	2.898474
Determinant Residual Covariance	0.342794		
Log Likelihood (d.f. adjusted)	-1376.956		
Akaike Information Criteria	7.556519		
Schwarz Criteria	7.778637		

输出的第一部分显示的是每个方程的标准OLS回归统计量。分别计算每个方程的结果（使用各自的残差项），并被显示在对应的列中。第二部分是VAR系统的回归统计量。

残差的协方差的行列式值由下式得出：

$$|\hat{\Omega}| = \det \left(\frac{1}{T-p} \sum_t \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t' \right) \quad (20.3)$$

其中 p 是VAR每一方程的参数个数， ε_t 是 k 维残差向量。通过假定服从多元正态（高斯）分布计算对数似然值：

$$l = -\frac{Tk}{2} (1 + \log 2\pi) - \frac{T}{2} \log |\hat{\Omega}| \quad (20.4)$$

两个信息准则由下面两式算出：

$$\begin{aligned} AIC &= -2l/T + 2n/T \\ SC &= -2l/T + n \log T/T \end{aligned} \quad (20.5)$$

其中 $n = k(d + pk)$ 是VAR中被估计的参数的总数， k 是内生变量数， T 是样本长度，这些信息准则可被用于模型的选择，例如决定VAR的滞后长度；信息准则的值越小模型越好。值得注意的是，一些参考文献通过不同的方法来定义AIC/SC，如在似然函数中忽略常数项或不除以 T ，请见附录F中关于各种信息准则的附加讨论。

§ 20.3 VAR视图和过程

一旦估计一个VAR模型，Eviews会提供关于被估计VAR模型的各种视图。这一部分仅讨论与VAR模型有关的特定的视图。其它的视图和过程可参考第19章：系统估计。

§ 20.3.1 诊断视图

在VAR窗口的View/Lag Structure和View/Residual Tests菜单下将提供一系列的诊断视图。这些将有利于检验被估计VAR模型的合适性。

1、Lag Structure(滞后结构)

(1) AR Roots Table/Graph(AR根的图表)

如果被估计的VAR模型所有根的模小于1并且位于单位圆内，则其是稳定的。如果模型不稳定，某些结果将不是有效的（如：脉冲响应标准误差）。共有 kp 个根，其中 k 是内生变量的个数， p 是最大滞后阶数。前面的例子中存在一个根大于1，所以模型是不稳定的。将IP、M1差分得到的VAR模型是稳定的。

(2) Pairwise Granger Causality Tests(Granger 因果检验)

Granger因果检验主要是用来检验一个内生变量是否可以作为外生变量对待。对于VAR中的每一个方程，将输出每一个其它滞后内生变量在特定显著性条件下的（Wald） F 统计量，在表的最后一行（ALL）是方程中所有滞后内生变量在特定显著性条件下的 F 统计量。

注意：如果估计一个VEC模型，滞后变量的排除检验仅检验其一阶差分。协整方程的滞后水平项（即：误差修正项）不检验。

(3) Lag Exclusion Tests（滞后排除检验）

对VAR中每一个滞后项执行排除检验。对于每一阶滞后，所有内生变量在特定显著性水平下的对于每一个方程的 F （Wald）统计量被分别独立的列出，最后一列是系统的联合（Wald）统计量。

(4) Lag Length Criteria (滞后长度标准)

计算出各种标准，选择无约束VAR的滞后阶数。可以填入确切的最大滞后数来检验。表中将显示出直至最大滞后数的各种信息标准（如果在VAR中没有外生变量，滞后从1开始，否则从0开始）。

表中用“*”表示从每一列标准中选的滞后数。在4-7列中，是在标准值最小的情况下所选的滞后数。

这些所有的标准在Lutkepohl(1991 4.3部分)中都被讨论。连续修改的LR(似然比)检验是按下面的方法完成。从最大的滞后数开始，检验原假设：在滞后数为 l 时，系数全部为0。（Wald）统计量 χ^2 如下：

$$LR = (T - m) \{ \log |\Omega_{l-1}| - \log |\Omega_l| \} \sim \chi^2(k^2) \quad (20.6)$$

其中 m 为可选择的每一个方程中参数的个数。注意，我们使用了Sims'(1980)小样本的调整用的 $(T - m)$ ，而不是用 T 。从最大滞后数开始，比较LR统计量和5%水平下的临界值，每次减少一个滞后数，直到被拒绝。第一次被拒绝时所选的滞后数用“*”标明（如果没有检验拒绝，最小的滞后数将被标上“*”）。有一点是非常重要的：即使独立的检验显著性水平是5%，但整体检验的水平不一定是5%，参考Lutkepohl（1991，PP.125-126）的讨论。

2、Residual Tests(残差检验)

(1) Correlogram (相关图)

显示VAR在指定的滞后数的条件下的被估计的残差交叉相关图（样本自相关）。交叉相关图能以三种形式显示：有两种表格形式，一种是以变量来显示（Tabulate by Variable），另一种是以滞后阶数来显示（Tabulate by Lag）。曲线图（Graph）显示交叉相关图的矩阵形式。点线代表滞后的相关系数加减两倍的渐近标准误差的曲线图（以 $1/\sqrt{T}$ 计算）。

(2) Portmanteau Autocorrelation Test（混合的自相关检验）

计算与指定阶数所产生的残差序列相关的多变量Q统计量。同时计算出Q统计量和调整后的Q统计量（即：小样本修正）。在原假设是滞后 h 期没有残差序列自相关的条件下，两个统计量都近似的服从自由度为 $k^2(h-p)$ 的 χ^2 统计量，其中 p 为VAR滞后阶数。

(3) Autocorrelation LM Test (自相关LM检验)

计算与指定阶数所产生的残差序列相关的多变量LM检验统计量。滞后 h 阶数的检验统计量是通过关于原始右侧回归量残差 u_t 和滞后残差 u_{t-h} 的辅助回归运算计算得到的，这里 u_{t-h} 缺少的前 h 个值被赋予0。参考 Johansen (1995a.p.22) LM统计量的计算公式。在原假设是滞后 h 期没有序列相关的条件下，LM统计量渐近的服从自由度为 k^2 的 χ^2 统计量。

(4) Normality Test (正态检验)

计算残差的J-B正态检验，这种检验主要是比较残差的第三、第四阶残差矩与来自正态分布的那些矩。对于多变量检验，必须选择一 k 维残差分解因子，使其与其他的每一个残差都是正交的（参考脉冲相应函数对正交的详细讨论）。

设 P 是如下的 $k \times k$ 因子分解矩阵：

$$v_t = Pu_t \sim N(0, I_k) \quad (20.7)$$

其中 u_t 是不符合要求的残差序列。

定义第三、第四阶矩向量为：

$$m_3 = \sum_t v_t^3 / T \quad m_4 = \sum_t v_t^4 / T$$

则在原假设是服从正态分布的条件下，有：

$$\begin{pmatrix} m_3 \\ m_4 - 3 \end{pmatrix} \rightarrow N\left(0, \begin{bmatrix} 6I_k & 0 \\ 0 & 24I_k \end{bmatrix}\right)$$

因为每一个组成部分之间是相互独立的，所以对任意的这些第三、第四阶矩平方求和可形成一个 χ^2 统计量。EViews为每一个正交分量（标明残差1、残差2等等）和整体检验都提供检验统计量。对于单个分量，被估计的偏度(skewness)和峰度(kurtosis)被列出在前两块中，J-B统计量列在第三块。

(5) White Heteroskedasticity Test(White异方差检验)

这些检验是针对系统方程的White's检验的扩展。这个回归检验是通过残差序列每一个回归量交叉项乘积的回归来实现的，并检验回归的显著性。

No Cross Terms选项仅仅用于原始回归量的水平值及平方项检验。

With Cross Terms选项包括被检验方程中原始回归变量所有的非多余的交叉乘积检验，回归方程还包括一个常数项作为回归量。

输出的第一部分显示每一个被检验的回归方程除常数项之外的回归量的显著性。可以把每一个回归方程的检验作为残差协方差矩阵的每一个元素独立的不变性检验。在原假设是没有异方差的条件下，非常数回归量不是联合显著的。

在输出的最后一行显示被检验方程系统的所有回归量的LM χ^2 平方统计量的联合显著性。系统的LM统计量服从自由度为 mn 的 χ^2 分布，其中 $m = k(k+1)/2$ ，是系统残差交叉乘积的个数； n 为检验回归方程中通常形式下右边的变量个数。

§ 20.4 脉冲响应函数

一旦已经估计了VAR模型，EViews会提供很多方法利用已估计的VAR来进行进一步的分析。在实际应用中，VAR的主要用处是脉冲响应分析，方差分解和Granger因果检验。

§ 20.4.1 脉冲响应函数的基本思想

一、二变量模型的脉冲响应函数

用时间序列模型来分析影响关系的一种思路，是考虑扰动项的影响是如何传播到各变量的。以下先根据VAR (2)模型来说明脉冲响应函数的基本思想。

$$\begin{cases} x_t = a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + b_1 z_{t-1} + b_2 z_{t-2} + \varepsilon_{1t} \\ z_t = c_1 x_{t-1} + c_2 x_{t-2} + d_1 z_{t-1} + d_2 z_{t-2} + \varepsilon_{2t} \end{cases} \quad (20.8)$$

其中， a_i, b_i, c_i, d_i 是参数，扰动项为 $v_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})'$ ，假定是具有下面这样性质的白噪声向量：

$$\begin{cases} E(v_t) = 0 & , \forall t \\ Var(v_t) = E(v_t v_t') = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix} & , \forall t \\ E(v_t v_s') = 0 & , \forall t \neq s \end{cases}$$

现在假定上述系统从 0 期开始活动，且设 $x_{-1} = x_{-2} = z_{-1} = z_{-2} = 0$ ，又设于第 0 期给定了扰动项 $\varepsilon_{10} = 1, \varepsilon_{20} = 0$ ，并且其后均为 0，即 $\varepsilon_{1t} = \varepsilon_{2t} = 0, t = 1, 2, \dots$ ，称此为第 0 期给 x 以脉冲，下面讨论 x_t 与 z_t 的变化，于第 0 期

$$x_0 = 1, \quad z_0 = 0$$

将其结果代入(20.11)式，第1期

$$x_1 = a_1, \quad z_1 = c_1$$

再把此结果代入(20.11)式，第2期

$$x_2 = a_1^2 + a_2 + b_1 c_1, \quad z_2 = c_1 a_1 + c_2 + d_1 c_1$$

继续这样计算下去，设求得结果为

$$x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, \dots$$

称为由 x 的脉冲引起的 x 的响应函数。同样求得

$$z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, \dots$$

称为由 x 的脉冲引起的 z 的响应函数。

当然，第 0 期的脉冲反过来，从 $\varepsilon_{10} = 0, \varepsilon_{20} = 1$ 出发，可以求出由 z 的脉冲引起的 x 的响应函数和 z 的响应函数。因为以上这样的脉冲响应函数明显地捕捉对冲击的波动及效果，所以和计量经济模型的冲击乘数分析类似。

二、一般的多变量VAR模型的脉冲响应函数

将上述讨论推广到多变量VAR模型上去

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (20.9)$$

这里 y_t 是一个 k 维内生变量向量， ε_t 是协方差矩阵为 Ω 的扰动向量。

假如VAR(p)可逆，我们可以得到VMA(∞)的表达式：

$$\begin{aligned} y_t &= (I - A_1 L - \cdots - A_p L^p)^{-1} \varepsilon_t \\ &= (I + \psi_1 L + \psi_2 L^2 + \cdots) \varepsilon_t \end{aligned} \quad (20.10)$$

VMA表达式的系数可按下面的方式给出：VAR的系数A和VMA的系数 Ψ 必须满足下面关系：

$$\begin{aligned} (I - A_1 L - \cdots - A_p L^p)(I + \Psi_1 L + \Psi_2 L^2 + \cdots) &= I \\ I + C_1 L + C_2 L^2 + \cdots &= I \end{aligned} \quad (20.11)$$

其中， $C_1 = C_2 = \cdots = 0$ 。关于 C_q 的条件递归定义了VMA系数：

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= A_1 \\ \Psi_2 &= A_1 \Psi_1 + A_2 \\ &\vdots \\ \Psi_q &= A_1 \Psi_{q-1} + A_2 \Psi_{q-2} + \cdots + A_p \Psi_{q-p} \end{aligned}$$

从而可知VMA的系数可以由VAR的系数递归得到。

考虑VMA(∞)的表达式

$$y_t = (\psi_0 I + \psi_1 L + \psi_2 L^2 + \cdots) \varepsilon_t$$

设 $\psi_q = (\psi_{q,ij})$, y 的第 i 个变量 y_{it} 可以写成:

$$y_{it} = \sum_{j=1}^k (\psi_{0,ij} \varepsilon_{jt} + \psi_{1,ij} \varepsilon_{jt-1} + \psi_{2,ij} \varepsilon_{jt-2} + \psi_{3,ij} \varepsilon_{jt-3} + \cdots)$$

其中 k 是变量个数。

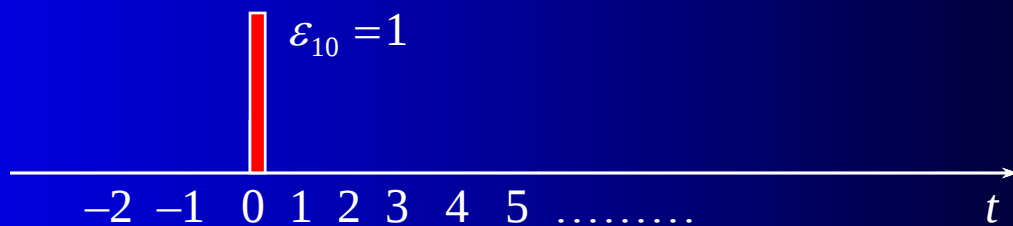
仅考虑 2个变量($k=2$)的情形:

$$\begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_{0,11} & \psi_{0,12} \\ \psi_{0,21} & \psi_{0,22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \psi_{1,11} & \psi_{1,12} \\ \psi_{1,21} & \psi_{1,22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \psi_{2,11} & \psi_{2,12} \\ \psi_{2,21} & \psi_{2,22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t-2} \\ \varepsilon_{2,t-2} \end{pmatrix} + \cdots$$

现在假定在基期给 y_1 一个单位的脉冲, 即:

$$\varepsilon_{1t} = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{2t} = 0, \quad \forall t$$



由 y_1 的脉冲引起的 y_2 的响应函数: $\psi_{0,21}, \psi_{1,21}, \psi_{2,21} \cdots$

$$t = 0, \quad y_{2,0} = \psi_{0,21}$$

$$t = 1, \quad y_{2,1} = \psi_{1,21}$$

$$t = 2, \quad y_{2,2} = \psi_{2,21}$$

$$t = 3, \quad y_{2,3} = \psi_{3,21}$$

$$t = 4, \quad y_{2,4} = \psi_{4,21}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

由上述推导可知由 y_1 的脉冲引起的 y_2 的响应函数序列是由 $\text{VMA}(\infty)$ 中系数矩阵 $\psi_q = (\psi_{q,ij})$ 第2行, 第1列的元素组成, $q = 1, 2, \dots$ 。因此, 一般地, 由 y_j 的脉冲引起的 y_i 的响应函数可以求出如下:

$$\psi_{0,ij}, \psi_{1,ij}, \psi_{2,ij}, \psi_{3,ij}, \psi_{4,ij}, \cdots$$

其中, $\psi_{q,ij}$ 代表着对第 j 个变量的单位冲击引起第 i 个变量的第 q 期滞后反映。

§ 20.4.2 计算脉冲响应函数

一、EViews中的脉冲响应函数

由以上讨论可知，对第*i*个变量的冲击不仅直接影响第*i*个变量，并且通过VAR模型的动态（滞后）结构传导给所有的其它内生变量。脉冲响应函数描绘了在一个扰动项上加上一次性的一个冲击(one-time shock)，对于内生变量的当前值和未来值所带来的影响。

假如扰动项 ε_t 同期不相关，那么脉冲响应的解释就很直接。第*i*个扰动项 $\varepsilon_{i,t}$ 就只对第*i*个内生变量有一个冲击。然而，扰动之间大都是相关的，可以描述为它们有一个与被指定变量不相关的公共成分。为了解释脉冲，最常用的方法是引进一个转换矩阵，使扰动项变成不相关：

$$v_t = P\varepsilon_t \sim (0, D)$$

这里*D*是对角协方差矩阵。如下面所说明的，EViews提供多种关于*P*的选择方法。

乔利斯基（Cholesky）分解：

对于任意实对称正定矩阵 Ω ，存在惟一个主对角线元素为1的下三角形矩阵 A 和惟一个主对角线元素为正的对角矩阵 D 使得

$$\Omega = ADA' \quad (20.12)$$

利用这一矩阵 A 可以构造一个 $(T \times 1)$ 向量 v_t ，构造方法为 $v_t = A^{-1}\varepsilon_t$ ，设， $\Omega = E(\varepsilon_t \varepsilon_t')$ ，则

$$E(v_t v_t') = [A^{-1}]E(\varepsilon_t \varepsilon_t')[A^{-1}]' = [A^{-1}]\Omega[A^{-1}]' = [A^{-1}]ADA'[A^{-1}]' = D$$

由于 D 是对角矩阵，可得 v_t 的元素互不相关。其 (j, j) 元素是 v_{jt} 的方差。令 $D^{1/2}$ 表示其 (j, j) 元素为 v_{jt} 的标准差的矩阵。注意到 (20.12) 可写为

$$\Omega = AD^{1/2} D^{1/2} A' = PP' \quad (20.13)$$

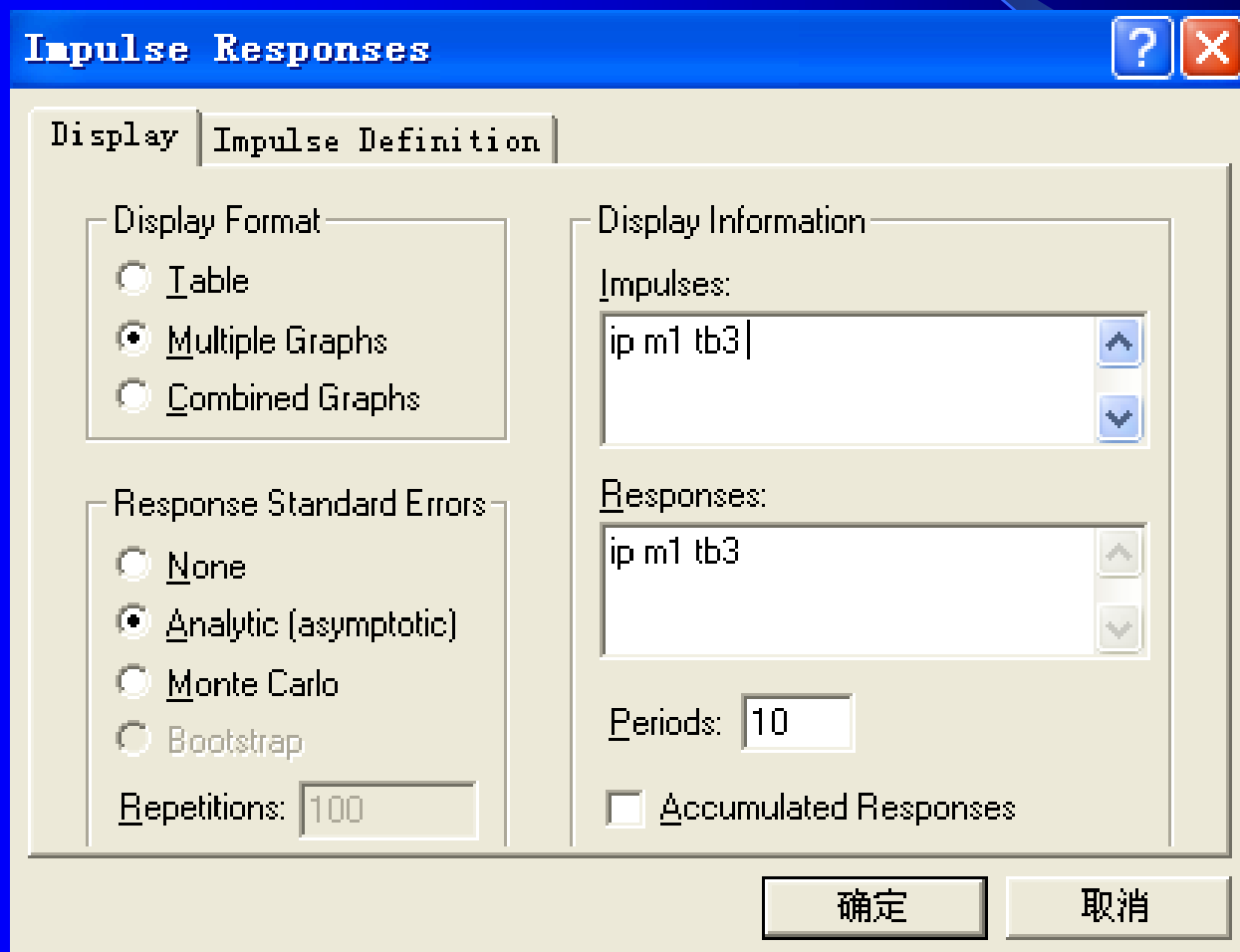
其中

$$P = AD^{1/2}$$

式 (20.13) 被称为乔利斯基（Cholesky）分解。

二、由VAR产生脉冲响应函数

为了得到脉冲响应函数，先建立一个VAR模型，然后在VAR工具栏中选择View/Impulse Response...或者在工具栏选择Impulse，并得到下面的对话框，有两个菜单：Display 和 Impulse Definition



(一) Display菜单提供下列选项:

1. Display Format(显示形式)

选择以图或表来显示结果。如果选择Combined Graphs 则Response Standard Error选项是灰色,标准误差不被显示。而且应注意:输出表的格式是以响应变量的顺序显示,而不是脉冲变量。

2. Display Information (显示信息)

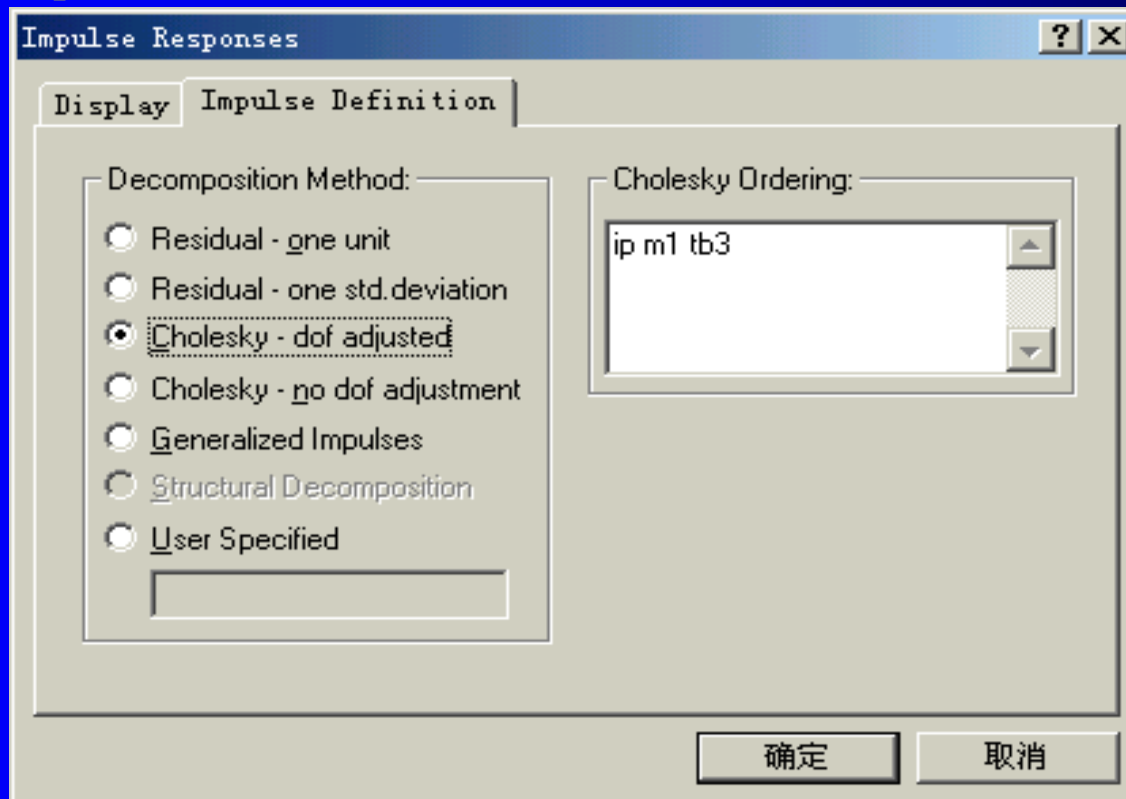
输入希望产生冲击的变量(Impulses)和希望观察其脉冲响应的变量(Responses)。可以输入内生变量的名称,也可以输入变量的对应的序数,例如:如果VAR模型以GDP, M1, CPI的形式定义,则既可以以: GDP CPI M1的形式输入,也可以以: 1 3 2的形式输入。输入变量的顺序仅仅影响结果的显示。

还应定义一个确定响应函数轨迹期间的正整数。为了显示累计的响应,需要单击Accumulate Response选项。对于稳定的VAR模型,脉冲响应函数应趋向于0,且累计响应应趋向于某些非0常数。

3.Response Standard Error（脉冲响应标准误差）

提供计算脉冲响应标准误差的选项。解析的或Monte Carlo标准误差对一些Impulse选项和误差修正模型（VEC）一般不一定有效。若选择了Monte Carlo，还需在下面的编辑框确定合适的循环次数。

(二) Impulse Definition菜单提供了转换脉冲的选项：



Response of D(IP):			
Period	D(IP)	D(M1)	TB3
1	0.564608	0.000000	0.000000
2	0.149758	0.037411	0.042345
3	0.080355	0.062410	0.018038
4	0.057190	0.077422	-0.040710
5	0.014242	0.071563	-0.067526
6	-0.005016	0.076128	-0.068480
7	-0.007888	0.081758	-0.066590
8	-0.008379	0.079037	-0.069660
9	-0.009889	0.078438	-0.071526
10	-0.010991	0.080122	-0.070782

Response of D(M1):			
Period	D(IP)	D(M1)	TB3
1	0.001590	1.946473	0.000000
2	0.052442	0.940745	-0.572255
3	-0.056500	0.587165	-0.824694
4	-0.119461	1.171416	-0.454815
5	-0.021365	1.047609	-0.404179
6	0.034456	0.857565	-0.552643
7	-0.008079	0.987772	-0.513657
8	-0.013363	1.004921	-0.469631
9	0.007542	0.945668	-0.500764
10	0.003038	0.965040	-0.503666

Response of TB3:			
Period	D(IP)	D(M1)	TB3

1. Residual-One Unit(一单位残差)

设置脉冲为残差的一个单位的冲击。这个选项忽略了VAR模型残差的单位度量和相关性，所以不需要转换矩阵的选择。这个选项所产生的响应函数是VAR模型相对应VMA(∞)模型的系数。

2. Residual-One Std.Dev(残差的一个标准偏差)

设置脉冲为残差的一个标准偏差的冲击。这个选项忽略了VAR残差的相关性。

3. Cholesky

用残差协方差矩阵的Cholesky 因子的逆来正交化脉冲。这个选项为VAR模型的变量强加一个次序，并将所有影响变量的公共成分归结到在VAR系统中第一次出现的变量上。注意：如果改变变量的次序，将会明显地改变响应结果。可以在Cholesky Ordering 的编辑框中重新定义VAR中变量的次序。

d.f.adjustment: 在估计的残差协方差矩阵利用Cholesky 因子时进行小样本的自由度修正。具有自由度修正的残差协方差矩阵的第 (i, j) 元素的计算是按下列公式计算的:

$$\sum_t e_{i,t} e_{j,t} / (T - p)$$

其中 p 是VAR每一个方程中的参数个数。

no d.f.adjustment: 估计残差协方差矩阵的第 (i, j) 元素的计算是按下列公式计算的:

$$\sum_t e_{i,t} e_{j,t} / T$$

4. Generalized Impulses (广义脉冲)

描述Pesaran和Shin(1998)构建的不依赖于VAR中变量次序的正交的残差矩阵。应用以上面的Cholesky顺序计算的第 j 个变量的Cholesky因子得到第 j 个变量的扰动项的广义脉冲响应。

5. Structural Decomposition (结构分解)

用结构因子分解矩阵估计的正交转换矩阵。如果没有先估计一个结构因子分解矩阵，这个方法是不能用的。

6. User Specified (用户指定)

在这个选项中允许自己定义脉冲。建立一个包含脉冲的矩阵（或向量），并在编辑框中输入矩阵的名字。如果VAR模型中有 k 个内生变量，则脉冲矩阵必须是 k 行和1列或 k 列的矩阵，每一列代表一个脉冲向量。

例如：一个有 k ($= 3$) 个变量的VAR模型，希望同步对第一个变量有一个正的一个单位的冲击，给第二个变量一个负的一单位的冲击，可以建立一个的脉冲矩阵，值分别为：1, -1, 0。可以用命令执行如下：

```
matrix(3,1) shock
```

```
shock.fill(by=c) 1,-1,0
```

并在编辑框中键入矩阵的名字：shock。

§ 20.5 方差分解

脉冲响应函数描述的是VAR中的一个内生变量的冲击给其他内生变量所带来的影响。而方差分解是把内生变量中的变化分解为对VAR的分量冲击。因此，方差分解给出对VAR中的变量产生影响的每个随机扰动的相对重要性的信息。

§ 20.5.1 方差分解的基本思路

脉冲响应函数是随着时间的推移，来观察模型中的各变量对于冲击是如何反应的，然而对于只是要简单地说明变量间的影响关系又稍稍过细了一些。因此Sims于1980年依据 $VMA(\infty)$ 表示，提出了方差分解方法，定量地但是相当粗糙地把握变量间的影响关系。其思路如下：

由VAR{ p }模型：

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \cdots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (20.14)$$

相应的VMA(∞)表示为：

$$y_t = (\psi_0 I + \psi_1 L + \psi_2 L^2 + \cdots) \varepsilon_t \quad (20.15)$$

可知第*i*个变量 y_{it} 可以写成:

$$y_{it} = \sum_{j=1}^k (\psi_{0,ij} \varepsilon_{jt} + \psi_{1,ij} \varepsilon_{jt-1} + \psi_{2,ij} \varepsilon_{jt-2} + \psi_{3,ij} \varepsilon_{jt-3} + \cdots) \quad (20.16)$$

其中*k* 是变量个数, (20.16)式中各括号中的内容是第*j*个扰动项 ε_j 从无限过去到现在时点对第*i*个变量 y_i 影响的总和。求其方差, 因为 $\{\varepsilon_{jt}\}$ 无序列相关, 故

$$E[(\psi_{0,ij} \varepsilon_{jt} + \psi_{1,ij} \varepsilon_{jt-1} + \psi_{2,ij} \varepsilon_{jt-2} + \cdots)^2] = \sum_{q=0}^{\infty} (\psi_{q,ij})^2 \sigma_{jj}^2$$

$$j=1, 2, \dots, k \quad (20.17)$$

这是把第*j*个扰动项对第*i*个变量的从无限过去到现在时点的影响, 用方差加以评价的结果。此处还假定扰动项向量的协方差矩阵 Ω 是对角矩阵。

于是 y_{it} 的方差 $r_{ii}(0)$ 是上述方差的 k 项简单和

$$\text{var}(y_{it}) = r_{ii}(0) = \sum_{j=1}^k \left\{ \sum_{q=0}^{\infty} (\psi_{q,ij})^2 \sigma_{jj}^2 \right\} \quad (20.19)$$

y_{it} 的方差可以分解成 k 种不相关的影响，因此为了测定各个扰动相对 y_{it} 的方差有多大程度的贡献，定义了如下尺度：

$$RVC_{j \rightarrow i}(\infty) = \frac{\sum_{q=0}^{\infty} (\psi_{q,ij})^2 \sigma_{jj}^2}{\text{var}(y_{it})} = \frac{\sum_{q=0}^{\infty} (\psi_{q,ij})^2 \sigma_{jj}^2}{\sum_{j=1}^k \left\{ \sum_{q=0}^{\infty} (\psi_{q,ij})^2 \sigma_{jj}^2 \right\}} \quad i, j = 1, 2, \dots, k \quad (20.20)$$

即RVC（Relative Variance Contribution）（相对方差贡献率）是根据第 j 个变量基于冲击的方差对 y_{it} 的方差的相对贡献度来观测第 j 个变量对第 i 个变量的影响。实际上，不可能用直到 $s = \infty$ 的来评价 $\psi_{q,ij}$ 只需有限的 s 项。

VAR(p)模型的前 s 期的预测误差是

$$\varepsilon_{t+s} + \psi_1 \varepsilon_{t+s-1} + \psi_2 \varepsilon_{t+s-2} + \cdots + \psi_{s-1} \varepsilon_{t+1} \quad (20.21)$$

故:

$$RVC_{j \rightarrow i}(s) = \frac{\sum_{q=0}^{s-1} (\psi_{q,ij})^2 \sigma_{jj}^2}{\sum_{j=1}^k \{ \sum_{q=0}^{s-1} (\psi_{q,ij})^2 \sigma_{jj}^2 \}} \quad i, j = 1, 2, \dots, k \quad (20.22)$$

如果 $RVC_{j \rightarrow i}(s)$ 大时, 意味着第 j 个变量对第 i 个变量的影响大, 相反地, $RVC_{j \rightarrow i}(s)$ 小时, 可以认为第 j 个变量对第 i 个变量的影响小。

§ 20.5.2 如何由EViews计算方差分解

为了得到VAR的方差分解, 从VAR的工具栏中选View/Variance decomposition项。提供和上面的脉冲响应函数一样的信息。注意, 因为非正交的因子分解所产生的分解不具有较好的性质, 所以所选的因子分解仅限于正交的因子分解。

VAR Variance Decompositions

Display Format

☒ Table

☐ Multiple Graphs

☐ Combined Graphs

Display Information

Decompositions of:

ip m1 tb3

Periods: 10

Standard Errors

☒ None

☐ Monte Carlo

Repetitions for Monte Carlo: 100

Factorization

☒ Cholesky Decomposition

☐ Structural Decomposition

Ordering for Cholesky:

ip m1 tb3

OK Cancel

Table形式分别显示对每个内生变量的方差分解。第二列S.E.是每个预测水平上的变量的预测误差。出现这种预测误差的原因是：VAR中的各个内生变量的扰动项的现在值和将来值的变化。其余列显示了每个变量扰动项所引起的预测方差所占的百分数，每行加起来是100。

Variance Decomposition of D(IP):				
Period	S.E.	D(IP)	D(M1)	TB3
1	0.564608	100.0000	0.000000	0.000000
2	0.586858	99.07298	0.406383	0.520641
3	0.595885	97.91228	1.491107	0.596616
4	0.604981	95.88400	3.084366	1.031635
5	0.613095	93.41669	4.365719	2.217592
6	0.621607	90.88225	5.746835	3.370919
7	0.630537	88.34206	7.266507	4.391437
8	0.639333	85.94517	8.596232	5.458595
9	0.648161	83.64319	9.828148	6.528665
10	0.657010	81.43307	11.05232	7.514616
Variance Decomposition of D(M1):				
Period	S.E.	D(IP)	D(M1)	TB3
1	1.946474	6.67E-05	99.99993	0.000000
2	2.236959	0.055009	93.40070	6.544294
3	2.456025	0.098556	83.19744	16.70400

与脉冲响应函数一样，如果改变VAR中变量的顺序，基于Cholesky 因子的方差分解能有明显的改变。例如：在VAR次序排列中的第一个变量的第一期分解完全依赖于它自己的扰动项。

§ 20.6 VAR过程

VAR过程(procs)中多数的过程和系统对象（System）的过程一样，在这里仅就对VAR特有的过程进行讨论。

一、Make System 建立系统

这个过程产生一个包括等同于VAR详细定义的对象。如果想估计一个非标准的VAR，可以通过这个过程建立一个相应于VAR的系统对象，经过修改建立合适的联立方程系统。

例如：如果VAR对象要求每一个方程有相同的滞后结构，就可以放宽这个条件。这一过程有两个选择：

1. By Variable

该选项产生一个系统，其说明和系数的显示是以变量的次序来显示。如果想排除系统某些方程中特定变量的滞后来进行编辑，可以选用这个选项。

2. By Lag

产生一个以滞后数的次序来显示其详细的说明和系数的系统。如果想排除系统某些方程中特定的滞后来进行编辑，可以用这个选项。

注意：标准VAR可以用单方程OLS方法来有效地估计，对于调整后的系统一般不能出现这种情况。当用系统对象估计非标准的VAR模型时，可以用更复杂的系统估计方法（如：SUR）。

§ 20.7 向量误差修正及协整理论

很多宏观经济时间序列可能包含单位根，这一发现刺激了非平稳时间序列分析理论的发展。Engle和Granger（1987a）指出两个或多个非平稳时间序列的线性组合可能是平稳的。假如这样一种平稳的或 $I(0)$ 的线性组合存在，这些非平稳（有单位根）时间序列之间被认为具有协整关系(Cointegration)。这种平稳的线性组合被称为协整方程且可被解释为变量之间的长期均衡关系。例如，消费和收入可能具有协整关系。假如它们不具有，那么长期消费就可能比收入高或低，于是消费者便会非理性地消费或累积储蓄。

向量误差修正模型（VEC）是一个有约束的VAR模型，并在解释变量中含有协整约束，因此它适用于已知有协整关系的非平稳序列。当有一个大范围的短期动态波动时，VEC表达式会限制内生变量的长期行为收敛于它们的协整关系。因为一系列的部分短期调整可以修正长期均衡的偏离，所以协整项被称为是**误差修正项**。

一个简单的例子：考虑一个两变量的协整方程并且没有滞后的差分项。
协整方程是：

$$y_{2,t} = \beta \cdot y_{1,t}$$

且VEC是：

$$\begin{aligned}\Delta y_{1,t} &= \gamma_1 (y_{2,t-1} - \beta \cdot y_{1,t-1}) + \varepsilon_{1,t} \\ \Delta y_{2,t} &= \gamma_2 (y_{2,t-1} - \beta \cdot y_{1,t-1}) + \varepsilon_{2,t}\end{aligned}\tag{20.23}$$

在这个简单的模型中，等式右端唯一的变量是误差修正项。在长期均衡中，这一项为0。然而，如果 y_1, y_2 在上一期偏离了长期均衡，则误差修正项非零并且每个变量会进行调整以部分恢复这种均衡关系。系数 γ_1, γ_2 代表调整速度。

在这个模型中，两个内生变量 $y_{1,t}, y_{2,t}$ 可以有非零均值，但是为使例子简单，上面的协整方程没有常数项，尽管滞后差分项的使用很普遍，但我们在等式右边没有使用滞后差分项。

如果两个内生变量 $y_{1,t}$ 和 $y_{2,t}$ 不含趋势项并且协整方程有截距，则VEEC有如下形式：

$$\begin{aligned}\Delta y_{1,t} &= \gamma_1(y_{2,t-1} - \mu - \beta \cdot y_{1,t-1}) + \varepsilon_{1,t} \\ \Delta y_{2,t} &= \gamma_2(y_{2,t-1} - \mu - \beta \cdot y_{1,t-1}) + \varepsilon_{2,t}\end{aligned}\quad (20.24)$$

另一个VEEC表达式假设在序列中有线性趋势并且在协整方程中有常数，因此它的形式如下：

$$\begin{aligned}\Delta y_{1,t} &= \delta_1 + \gamma_1(y_{2,t-1} - \mu - \beta \cdot y_{1,t-1}) + \varepsilon_{1,t} \\ \Delta y_{2,t} &= \delta_2 + \gamma_2(y_{2,t-1} - \mu - \beta \cdot y_{1,t-1}) + \varepsilon_{2,t}\end{aligned}\quad (20.25)$$

相似地，在序列中有线性趋势并且在协整方程中有线性趋势项：

$$\begin{aligned}\Delta y_{1,t} &= \delta_1 + \gamma_1(y_{2,t-1} - \mu - \rho_1 t - \beta \cdot y_{1,t-1}) + \varepsilon_{1,t} \\ \Delta y_{2,t} &= \delta_2 + \gamma_2(y_{2,t-1} - \mu - \rho_1 t - \beta \cdot y_{1,t-1}) + \varepsilon_{2,t}\end{aligned}\quad (20.26)$$

最后，如果在每个VEEC等式的括号外存在线性趋势项，那么序列中便存在着隐含的二次趋势项。

$$\begin{aligned}\Delta y_{1,t} &= \delta_1 + \rho_1 t + \gamma_1(y_{2,t-1} - \mu - \zeta_1 t - \beta \cdot y_{1,t-1}) + \varepsilon_{1,t} \\ \Delta y_{2,t} &= \delta_2 + \rho_2 t + \gamma_2(y_{2,t-1} - \mu - \zeta_1 t - \beta \cdot y_{1,t-1}) + \varepsilon_{2,t}\end{aligned}\quad (20.27)$$

§ 20.8 协整检验

协整检验从检验的对象上可以分为两种：一种是基于回归系数的协整检验，如下面将要介绍的Johansen协整检验。另一种是基于回归残差的协整检验，如CRDW(Cointegration Regression Durbin-Watson)检验、DF检验、ADF检验。

§ 20.8.1 ADF协整检验

考虑 k 个 $I(1)$ 变量的时间序列 $y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt}$, $k \geq 1$, $t = 1, 2, \dots, T$, 我们可以建立如下的三种协整回归方程：

$$y_{1t} = \sum_{j=2}^k \beta_j y_{jt} + u_t \quad (20.28)$$

$$y_{1t} = a_0 + \sum_{j=2}^k \beta_j y_{jt} + u_t \quad (20.29)$$

$$y_{1t} = a_0 + a_2 t + \sum_{j=2}^k \beta_j y_{jt} + u_t \quad (20.30)$$

其中 u_t 为扰动项。

令 $\mathbf{y}_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt})$, $\hat{\mathbf{b}}' = (\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \dots, \hat{\beta}_k)$

那么残差 $\hat{u}_t = (1, -\hat{\mathbf{b}}')\mathbf{y}_t$, 如果 $k=1$, $\hat{u}_t = y_{1t}$, 就是单位根检验; 如果 $k>1$, 就是检验单个序列 $\hat{u}_t$ 的单整性或检验之间 $y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt}$ 的协整性, 问题也就变成了判断 $\hat{u}_t$ 是否为 $I(1)$ 。如果 $\hat{u}_t$ 为 $I(1)$, 则 y_{1t} 说是单整变量 ($k=1$) 或 $y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt}$ 之间没有协整关系 ($k>1$)。反之, 承认 $y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt}$ 之间存在协整关系。因此等价的原假设为 $\hat{u}_t$ 是 $I(1)$ 的, 备择假设为 $\hat{u}_t$ 是 $I(0)$ 的。

在Eviews中执行ADF协整检验, 须先从上述 (20.28) ~ (20.30) 中选择一种形式建立包含 k 个变量 $y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt}$ 的回归方程, 然后计算残差 $\hat{u}_t$, 对 $\hat{u}_t$ 进行单位根检验, 从而确定 $y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt}$ 之间是否有协整关系。

§ 20.8.2 Johansen协整检验

协整检验的目的是决定一组非平稳序列是否是协整的。如下面所解释的, 协整关系的出现形成VEC说明的基础, EViews给以VAR为基础的协整检验提供的工具是Johansen (1991, 1995a) 发展的方法论, 考虑阶数为 p 的VAR模型:

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \cdots + A_p y_{t-p} + Bx_t + \varepsilon_t \quad (20.31)$$

其中, y_t 是一个含有非平稳的 $I(1)$ 变量的 k 维向量; x_t 是一个确定的 d 维的向量 ε_t 是扰动向量。我们可把VAR重写为以下形式:

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta y_{t-i} + Bx_t + \varepsilon_t \quad (20.32)$$

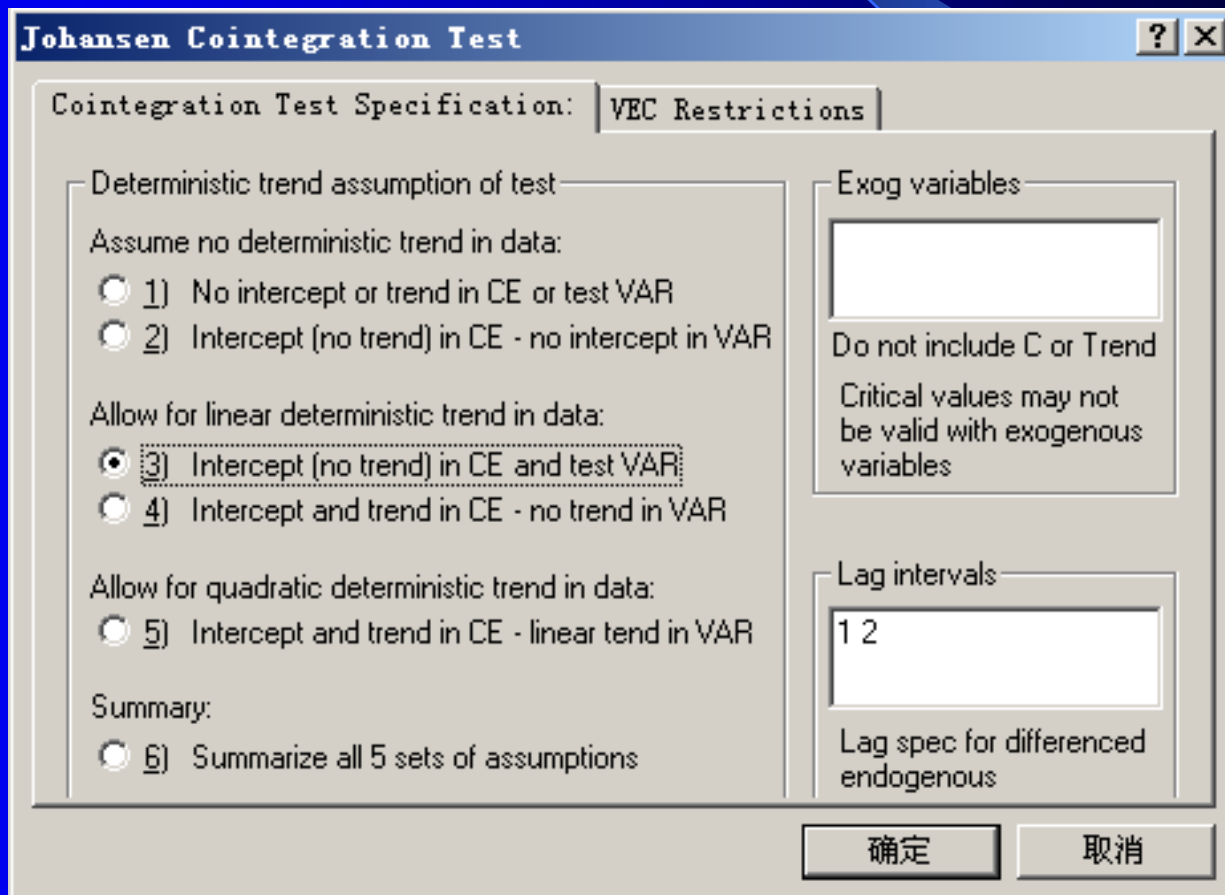
其中:

$$\Pi = \sum_{i=1}^p A_i - I \quad \Gamma_i = - \sum_{j=i+1}^p A_j \quad (20.33)$$

Granger定理指出: 如果系数矩阵 Π 的秩 $r < k$, 那么存在 $k \times r$ 阶矩阵 α 和 β , 它们的秩都是 r , 使得 $\Pi = \alpha\beta'$, 并且 $\beta' y_t$ 是稳定的。其中 r 是协整关系的数量 (协整秩) 并且 β 的每列是协整向量。正如下面解释, α 中的元素是向量误差修正模型VEC中的**调整参数**。Johansen方法是在无约束VAR的形式下估计 Π 矩阵, 然后求出 β , 从而检验出协整秩, ($\text{秩}(\Pi) = r < k$), 得出协整向量。

1、如何完成Johansen协整检验

为了完成协整检验，从VAR或组的工具栏中选择View/Cointegration Test...即可。因为这是一个协整的检验，所以仅对已知非稳定的序列有效。你可以首先对VAR中每一个序列进行单位根检验，单位根检验的详细内容可参考的“单位根检验”的介绍。在Cointegration Test Specification的对话框中将详细提供关于检验的信息。



The image shows a software dialog box titled "Johansen Cointegration Test". It has a tabbed interface with "Cointegration Test Specification:" and "VEC Restrictions". The "Cointegration Test Specification:" tab is active. It contains several sections for configuring the test:

- Deterministic trend assumption of test:**
 - Assume no deterministic trend in data:
 - ☐ 1) No intercept or trend in CE or test VAR
 - ☐ 2) Intercept (no trend) in CE - no intercept in VAR
 - Allow for linear deterministic trend in data:
 - ☒ 3) Intercept (no trend) in CE and test VAR
 - ☐ 4) Intercept and trend in CE - no trend in VAR
 - Allow for quadratic deterministic trend in data:
 - ☐ 5) Intercept and trend in CE - linear trend in VAR
 - Summary:
 - ☐ 6) Summarize all 5 sets of assumptions
- Exog variables:**
 - A text box for entering exogenous variables.
 - Text: "Do not include C or Trend"
 - Text: "Critical values may not be valid with exogenous variables"
- Lag intervals:**
 - A text box containing "1 2".
 - Text: "Lag spec for differenced endogenous"

At the bottom, there are two buttons: "确定" (OK) and "取消" (Cancel).

(1) 确定性趋势的说明

序列也许会有非零均值和与随机趋势一样有确定趋势。类似地，协整方程也可能会有截距和确定趋势，关于协整的LR检验统计量的渐近分布不再是通常的 χ^2 分布，它的分布依赖于与确定趋势有关的假设。因此为了完成这个检验，需要提供关于基本数据的趋势假设。

Eviews在 Deterministic Trend assumption of test 对话框中，提供了6种选择，对Johansen考虑的下面五种可能的决定趋势形式提供了检验（见Johansen，1995，第80～84页）。

假设原数据没有确定性趋势：

1) 序列 y_t 没有确定趋势，协整方程没有截距：

$$H_2(r) : \Pi y_{t-1} + Bx_t = \alpha \beta' y_{t-1}$$

2) 序列 y_t 没有确定趋势，协整方程有截距：

$$H_1^*(r) : \Pi y_{t-1} + Bx_t = \alpha(\beta' y_{t-1} + \rho_0)$$

允许原数据中有线性确定性趋势：

3) 序列 y_t 和协整方程都有截距：

$$H_1(r): \Pi y_{t-1} + Bx_t = \alpha(\beta'y_{t-1} + \rho_0) + \alpha_{\perp}\gamma_0$$

4) 序列 y_t 和协整方程都有截距，协整方程有线性趋势：

$$H^*(r): \Pi y_{t-1} + Bx_t = \alpha(\beta'y_{t-1} + \rho_0 + \rho_1 t) + \alpha_{\perp}\gamma_0$$

允许原数据中有二次确定性趋势：

5) 序列 y_t 有二次趋势且协整方程有线性趋势：

$$H(r): \Pi y_{t-1} + Bx_t = \alpha(\beta'y_{t-1} + \rho_0 + \rho_1 t) + \alpha_{\perp}(\gamma_0 + \gamma_1 t)$$

6) 上述5种假设的综合。

这里， $\alpha_{\perp}$ 是 $k \times (k-r)$ 阶矩阵， $\alpha'\alpha_{\perp} = 0$ 且 $r(\alpha \mid \alpha_{\perp}) = k$ 。

如果不能确定用哪一个趋势假设，可以选择 Summary of all 5 trend assumption (第6个选择) 帮助确定趋势假设的选择。这个选项在五个趋势假设的每一个下面都标明协整关系的个数，可以看到趋势假设检验结果的敏感性。

(2) 外生变量

对话框允许指定包含于检验VAR中的附加的外生变量 x_t 常数和线性趋势不应被列在该编辑中，因为它们被指定在五个Trend Specification选项。假如确实包含外生变量，你应当意识到EViews算出的临界值并没有考虑这些变量。

(3) 滞后区间

应当用一对数字确定VAR检验的滞后区间。**注意：**滞后指定是用在辅助回归中的一阶差分的滞后项，而不是原序列水平项。例如，如果在编辑栏中键入1 2，VAR检验用 Δy_t 对 Δy_{t-1} , Δy_{t-2} 和其它指定的外生变量作回归。注意与上述序列水平 y_t 有关的最大的滞后阶数是2。为运行一个带有滞后阶数为1的协整检验，在编辑框中键入 0 0。

2. 协整检验结果的解释

作为一个例子，用Johansen和Juselius(1990)对Danish数据的四变量系统的第一部分输出如下：

正如在表头上解释的那样，检验假设序列没有趋势项，但协整关系有一截距约束（对话框中第二种情况），并用差分的一阶滞后（原水平的两阶滞后），在编辑框中键入：“2 2”。表中第一部分的报告结果检验了协整关系的数量，并以两种检验统计量的形式显示：

Date: 08/28/02 Time: 14:10
Sample(adjusted): 1959:04 1989:12
Included observations: 369 after adjusting endpoints
Trend assumption: Linear deterministic trend
Series: IP M1 TB3
Lags interval (in first differences): 1 to 2

Unrestricted Cointegration Rank Test

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value
None **	0.069642	45.65726	29.68	35.65
At most 1 *	0.041306	19.02083	15.41	20.04
At most 2	0.009320	3.455349	3.76	6.65

*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level
Trace test indicates 2 cointegrating equation(s) at the 5% level
Trace test indicates 1 cointegrating equation(s) at the 1% level

(1) 迹检验统计量 (Trace Statistic)

第一种检验结果是迹统计量，列在第一个表格中。对于检验结果，第一列显示了在原假设成立条件下的协整关系数；第二列是（20.32）式中 Π 矩阵按由大到小排序的特征值；第三列是迹检验统计量或最大特征值统计量；最后两列分别是在5%和1%水平下的临界值。

为了在趋势假设的条件下确定协整关系的数量，我们依次进行从 $r = 0$ 到 $r = k - 1$ 的检验，直到被拒绝。这个序贯检验的结果在每一个表的最下方显示。

在迹统计量的输出中检验原假设有 r 个协整关系，而不是 k 个协整关系，其中 k 是内生变量的个数， $r = 0, 1, \dots, k-1$ 。另一种情况是与有 k 个协整关系相对应的情况：所有的序列都没有单位根，且一个稳定的VAR模型的指定是根据所有序列的水平项。对原假设有 r 个协整关系的迹统计量是按如下的方法计算的：

$$LR_{tr}(r | k) = -T \sum_{i=r+1}^k \log(1 - \lambda_i) \quad (20.34)$$

(2) 最大特征值统计量(Max-Eigen Statistic)

第二种检验结果是最大特征值统计量，列在第二个表格中。其中 λ_i 是(20.32)式中矩阵 Π 的第 i 个最大特征值，在输出表的第二列显示。

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value
None **	0.069642	26.63644	20.97	25.52
At most 1 *	0.041306	15.56548	14.07	18.63
At most 2	0.009320	3.455349	3.76	6.65

*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level

Max-eigenvalue test indicates 2 cointegrating equation(s) at the 5% level

Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating equation(s) at the 1% level

上表是输出的第2个检验结果表，依据最大特征值统计量的检验结果表，它所检验的原假设是有 r 个协整关系，反之，有 $r+1$ 个协整关系。统计量是按下面的方法计算的：

$$\begin{aligned}
 LR_{\max}(r | r+1) &= -T \log(1 - \lambda_{r+1}) \\
 &= LR_{tr}(r | k) - LR_{tr}(r+1 | k) \quad r = 0, 1, \dots, k-1
 \end{aligned}
 \tag{20.35}$$

还有一些其它的细节必须记住：

(1) 临界值对直到 $k=10$ 个的序列都是有效的，而且应注意：临界值依赖于趋势假设，对于包含其他确定性回归量的模型可能是不适合，例如：检验VAR中的转换虚拟变量的引入可能使水平系列 y_t 产生一个不连续的线性趋势。

(2) 迹统计量和最大特征值统计量的结论可能产生冲突。对这样的情况，建议评价检验估计得到的协整向量和基于你的选择解释协整关系。

(3) 在一些情况中，单个的单位根检验显示有些序列是单整的，但协整检验表明矩阵 Π 是满秩的 ($r = k$)。可能因为样本个数较少或表明有定义错误。

(3) 协整关系

输出的第二部分提供协整关系 β 和调整参数 α 的估计。如我们所知道的，如果不强加一些任意的正规化条件，协整向量 β 是不能被识别的。在第一块中报告了基于正规化 $\beta' S_{11} \beta = I$ （其中 S_{11} 在 Johansen(1995a) 中被定义）的 α 和 β 的估计结果。注意：在 Unrestricted Cointegrating Coefficients 下 β 的变换输出结果：第一行是第一个协整向量，第二行是第二个协整向量，以此类推。

Unrestricted Cointegrating Coefficients (normalized by b*S11*b=I):

IP	M1	TB3
0.025865	0.002127	0.115602
-0.091170	0.002735	0.524350
-0.139631	0.014038	0.108973

Unrestricted Adjustment Coefficients (alpha):

D(IP)	-0.070065	-0.092052	0.021526
D(M1)	0.456687	-0.204229	-0.001680
D(TB3)	-0.056779	-0.046194	-0.040689

1 Cointegrating Equation(s):		Log likelihood	-1356.029
Normalized cointegrating coefficients (std.err. in parentheses)			
IP	M1	TB3	
1.000000	0.082239	4.469438	
	(0.05048)	(3.09918)	
Adjustment coefficients (std.err. in parentheses)			
D(IP)	-0.001812		
	(0.00077)		
D(M1)	0.011812		
	(0.00265)		
D(TB3)	-0.001469		
	(0.00071)		
2 Cointegrating Equation(s):		Log likelihood	-1348.246
Normalized cointegrating coefficients (std.err. in parentheses)			
IP	M1	TB3	
1.000000	0.000000	-3.019272	
		(1.04656)	

其余的部分是在每一个可能的协整关系系数下不同正规化后估计的输出结果， $r = 0, 1, \dots, k-1$ 。另一个可选择的正规化方法是：在系统中，前 r 个变量作为其余 $k - r$ 个变量的函数。近似的标准误差在可识别参数的圆括号内输出。

§ 20.9 向量误差修正模型(VEC) 的估计

VEC模型是一种受约束的VAR模型，是用已知协整的非稳定序列来定义的。因为VEC模型有协整关系，使得当允许短期动态调整时，它约束内生变量的长期行为收敛到它们的协整关系。协整项通常作为误差修正项，是因为长期均衡的偏差是通过序列局部的短期调整来修正的。

前面介绍的最简单的情况：考虑一个有一个协整方程、没有滞后差分项的二变量系统。协整方程是：

$$y_{2,t} = \beta y_{1,t} \quad (20.36)$$

向量误差修正模型为：

$$\begin{aligned} \Delta y_{1,t} &= \alpha_1 (y_{2,t-1} - \beta y_{1,t-1}) + \varepsilon_{1,t} \\ \Delta y_{2,t} &= \alpha_2 (y_{2,t-1} - \beta y_{1,t-1}) + \varepsilon_{2,t} \end{aligned} \quad (20.37)$$

在这个简单的模型中，右侧的变量仅有误差修正项。在长期均衡中，这一项是0。而且，如果 y_1, y_2 偏离长期均衡，则误差修正项不为0，并且每一个变量会局部调整使得重新恢复均衡。系数 α_i 测量第 i 个内生变量向均衡调整的速度。

§ 20.9.1 如何估计VEC模型

由于VEC表达式仅仅适应于协整序列，所以应先运行Johansen协整检验，并决定协整关系数。需要提供协整信息作为VEC定义的部分。

为建立一个VEC，单击VAR工具栏中的Estimate，然后从VAR Type中选择Vector Error Correction项。在VAR Specification栏中，除了下面的之外，应该提供与无约束的VAR相同的信息：

1. 常数或线性趋势项不应包括在Exogenous Series的编辑框中。对于VEC模型的常数和趋势说明应定义在Cointegration栏中。

The image shows a software dialog box titled "VAR Specification". It has three tabs: "Basics", "Cointegration", and "VEC Restrictions". The "Cointegration" tab is selected. Inside this tab, there is a section for "Rank" with a text input field containing the number "1". Below this is a section for "Deterministic Trend Specification:" with several radio button options. The options are: "No trend in data", "1) No intercept or trend in CE or VAR", "2) Intercept (no trend) in CE - no intercept in VAR", "Linear trend in data", "3) Intercept (no trend) in CE and VAR" (which is selected), "4) Intercept and trend in CE - no trend in VAR", "Quadratic trend in data", and "5) Intercept and trend in CE - linear trend in VAR". At the bottom of the dialog are two buttons: "确定" (OK) and "取消" (Cancel).

VAR Specification

Basics | **Cointegration** | VEC Restrictions

Rank: Number of cointegrating equations: 1

Deterministic Trend Specification:

No trend in data

☐ 1) No intercept or trend in CE or VAR

☐ 2) Intercept (no trend) in CE - no intercept in VAR

Linear trend in data

☒ 3) Intercept (no trend) in CE and VAR

☐ 4) Intercept and trend in CE - no trend in VAR

Quadratic trend in data

☐ 5) Intercept and trend in CE - linear trend in VAR

确定 取消

2. 在VEC中滞后间隔的说明指一阶差分的滞后。例如：滞后说明“1 1”将包括VEC模型右侧的变量的一阶差分项的滞后，即VEC是两阶滞后约束的VAR模型。为了估计没有一阶差分项的VEC模型，指定滞后的形式为：“0 0”。

3. 对VEC模型常数和趋势项的说明在Cointegration栏。必须从五个趋势假设说明中选择一个（见前述的“确定性趋势说明”的解释）。还必须在适当的编辑框中填入协整关系的个数，是小于VEC模型中内生变量的个数的正数。

一旦填完这个对话框，单击OK估计VEC。VEC的估计分两步完成：在第一步，利用Johansen协整检验方法估计协整关系；第二步，用所估计的协整关系构造误差修正项，并估计包括误差修正项作为回归量的一阶差分的VAR。

§ 20.9.2 VEC估计的输出

VEC估计的输出包括两部分。第一部分显示了第一步从Johansen过程所得到的结果。如果不强加约束，Eviews将会用系统默认的可以识别所有的协整关系的正规化方法。系统默认的正规化表述为：在VEC中前 r 个变量作为剩余 $k - r$ 个变量的函数，其中 r 表示协整关系数， k 是VEC中内生变量的个数。在约束条件下，对于可识别参数的渐近标准误差（以自由度修正的）也被输出。

第二部分输出是从第一步之后以误差修正项作为回归量的一阶差分的VAR。误差修正项以CointEq1, CointEq2,表示形式输出。输出形式与“VAR估计输出”的无约束的VARs输出形式相同，带有一阶差分。在VEC输出表的底部，可以看到系统的两个滞后的似然值。第一个值标有Log Likelihood(d.f.adjusted)，这是无约束的VARs的滞后似然值。标有Log Likelihood的值是以没有修正自由度的残差协方差矩阵计算的。

Vector Error Correction Estimates

Date: 08/28/02 Time: 11:40

Sample(adjusted): 1959:04 1989:12

Included observations: 369 after adjusting endpoints

Standard errors in () & t-statistics in []

Cointegrating Eq:	CointEq1		
IP(-1)	1.000000		
M1(-1)	0.082239 (0.05048) [1.62902]		
TB3(-1)	4.469438 (3.09918) [1.44214]		
C	-126.6632		
Error Correction:	D(IP)	D(M1)	D(TB3)
CointEq1	-0.001812 (0.00077) [-2.35170]	0.011812 (0.00265) [4.45339]	-0.001469 (0.00071) [-2.06712]
D(IP(-1))	0.282765 (0.05320) [5.31521]	0.334931 (0.18311) [1.82911]	0.102742 (0.04905) [2.09481]

§ 20.9.3 VEC的视图与过程

对VEC有用的视图和过程大多数与上面VAR所介绍的一样，在这里仅介绍对VEC模型特殊指定的。

1. 协整关系

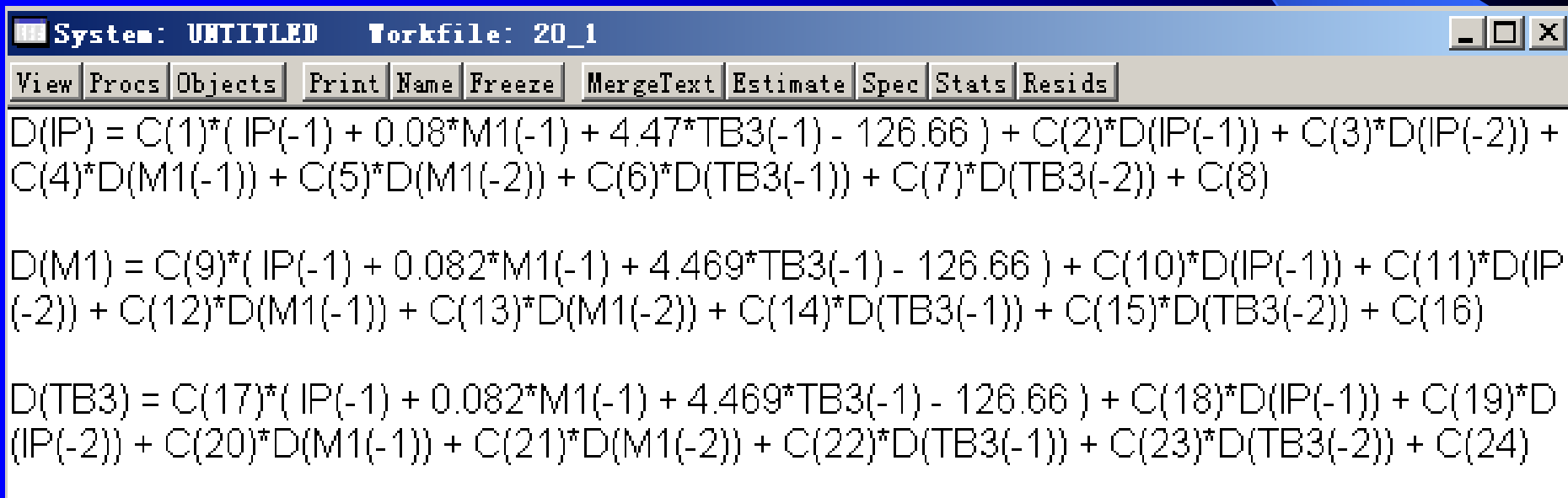
View/Cointegration Graph输出在VEC中所用的被估计的协整关系的曲线。为了保存这些协整关系作为工作表中以命名的序列，用Proc/Make Cointegration Group即可。这个过程将建立并输出一个未命名的组对象，包括用以命名的序列估计的协整关系。这些序列被命名为COINTEQ01, COINTEQ02等等。

2. 预测

目前对VAR或VEC的预测不能从VAR对象得到，但可以通过解决由已估计的VAR/VEC创造的一个模型得到。从VAR窗口的工具栏击Proc/Make Model从已估计的VEC/VAR建立一个模型对象。同时可以对模型的说明做任何变化，包括在求解模型获得预测以前对表达式的修改，参考第23章“模型”，对在Eviews中如何从模型对象中预测进行了更进一步的讨论。

3. Make System 建立系统

这个过程产生一个包括等同于向量误差修正模型（VEC）定义的系统对象，其协整向量的系数固定为VEC模型估计值。如果想在系统中估计协整向量的系数，可以编辑系统说明，但必须确定系统是可识别的，经过修改建立合适的联立方程系统。



```
System: UNTITLED   Workfile: 20_1
View Procs Objects Print Name Freeze MergeText Estimate Spec Stats Resids
D(IP) = C(1)*( IP(-1) + 0.08*M1(-1) + 4.47*TB3(-1) - 126.66 ) + C(2)*D(IP(-1)) + C(3)*D(IP(-2)) +
C(4)*D(M1(-1)) + C(5)*D(M1(-2)) + C(6)*D(TB3(-1)) + C(7)*D(TB3(-2)) + C(8)
D(M1) = C(9)*( IP(-1) + 0.082*M1(-1) + 4.469*TB3(-1) - 126.66 ) + C(10)*D(IP(-1)) + C(11)*D(IP
(-2)) + C(12)*D(M1(-1)) + C(13)*D(M1(-2)) + C(14)*D(TB3(-1)) + C(15)*D(TB3(-2)) + C(16)
D(TB3) = C(17)*( IP(-1) + 0.082*M1(-1) + 4.469*TB3(-1) - 126.66 ) + C(18)*D(IP(-1)) + C(19)*D
(IP(-2)) + C(20)*D(M1(-1)) + C(21)*D(M1(-2)) + C(22)*D(TB3(-1)) + C(23)*D(TB3(-2)) + C(24)
```